EXTRAIT D'ANNALES DES ÉPREUVES DE MATHÉMATIQUES AU BACCALAURÉAT DU TCHAD SÉRIE C & E DE 1989 - 2022

Mathématiques au Bac Tchad Série C 2022

Énoncé

Exercice 1

On considère un entier naturel m dont l'écriture dans le système décimal est $\overline{abc}$.

(On rappelle que $m = 10^2a + 10b + c$).

1. Écrire l'entier naturel m en base 2 où $a = 1$, $b = 2$ et $c = 1$.

2. On suppose que $m \equiv 0[27]$.

a) Démontrer que $10^3a + 10\overline{bc} \equiv 0[27]$.

b) En déduire que : $10\overline{bc} + a \equiv 0[27]$.

c) Justifier alors que l'entier $\overline{bca}$ est divisible par 27.

3. Déterminer un couple $(a\,,\,b)$ de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tel que : $a \times b = 12950$ et $M(a\,;\,b) = 2590$.

Exercice 2

Trois dés cubiques sont placés dans une urne. Deux de ces dés sont normaux ; leurs faces sont numérotées de 1 à 6. Le troisième est spécial : trois de ses faces sont numérotées 6, les trois autres sont numérotées 1.

On tire de l'urne, simultanément et au hasard, deux dés parmi les trois et on les lance.

On note A l'évènement : « les deux dés tirés sont normaux ».

On note B l'évènement : « les deux faces supérieures sont numérotées 6 ».

1. Définir l'évènement contraire de A, qu'on notera $\overline{\text{A}}$.

2. Calculer les probabilités de A et de $\overline{\text{A}}$.

3. Calculer $p\,(\text{B}|\text{A})$, $p\,(\text{B} \cap \text{A})$, puis $p\,(\text{B})$.

4. Calculer $p\,(\text{A}|\text{B})$.

Exercice 3

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

Soit K, L et M les points d'affixe respectives $z_k = 1 + \mathrm{i}$, $z_l = 1 - \mathrm{i}$ et $z_m = -\mathrm{i}\sqrt{3}$.

Placer ces points dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$.

On complétera la figure dans les questions suivantes.

2. N est le symétrique du point M par rapport au point L.

Vérifier que l'affixe z_n du point N est $2 + \mathrm{i}\left(\sqrt{3} - 2\right)$.

3. La rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$ transforme le point M en un point A et le point N en un point C.

Déterminer les affixes respectives z_{A} et z_{C} des points A et C.

4. La translation de vecteurs $\overrightarrow{u}$ d'affixe $2\,\mathrm{i}$ transforme le point M en le point D et le point N en un point B.

Déterminer les affixes respectives z_{D} et z_{B} des points D et B.

5. a) Montrer que le point K est le milieu des segments [DB] et [AC].

b) Montrer que $\dfrac{z_{\mathrm{C}} - z_k}{z_{\mathrm{B}} - z_k} = \mathrm{i}$.

c) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

Problème

Partie A

Soit g, la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = \frac{-2x - 1}{x^2} + \ln x.$$

1. Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

2. a) Démontrer que pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x^3}$.

b) En déduire le sens de variation de g.

c) Dresser le tableau de variation de g.

3. a) Démontrer l'équation $g(x) = 0$ admet sur $]0\,;\,+\infty[$ une solution α.

b) Justifier que $2,55 < \alpha < 2,56$.

c) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeur de x.

Partie B

Soit f, la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \left(\frac{1}{x} - \ln x\right)\,\mathrm{e}^{-x}$$

et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan d'unité 2 cm.

1. a) Calculer la limite de f en 0, puis donner une interprétation graphique au résultat obtenu.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$, puis interpréter le résultat.

2. Démontrer que $f(\alpha) = -\left(\dfrac{1+\alpha}{\alpha^2}\right) \mathrm{e}^{-\alpha}$.

3. a) Démontrer que pour tout nombre réel x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}g(x)$.

b) En utilisant la partie **A**, déterminer les variations de f.

c) Dresser le tableau de variation de f.

4. Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ en 1 est $y = -\dfrac{3}{\mathrm{e}}x + \dfrac{4}{\mathrm{e}}$.

5. Construire la droite (T) et le courbe $(\mathscr{C})$ dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ \right)$. On prendra $\alpha = 2{,}6$.

Partie C

1. Soit h, la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$h(x) = \mathrm{e}^{-x}\ln x.$$

Démontrer que h est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

2. Soit β un nombre réel tel que $\beta > 3$.

a) Calculer en cm^2 et en fonction de β, l'aire $\mathscr{A}(\beta)$ de la partie du plan comprise entre $(\mathscr{C})$, (OX) et les droites d'équations $x = 3$ et $x = \beta$.

b) Calculer la limite de $\mathscr{A}(\beta)$ quand β tend vers $+\infty$.